

RAČUNSKA VEŽBA IZ GRAĐEVINSKIH MATERIJALA 2

(Priprema za 2. kolokvijum)

7.4 FIZIČKO-MEHANIČKA SVOJSTVA ČELIKA

7.4.1 Ispitivanja čelika zatezanjem

23) Ako je nakon prekida čelične epruvete, veličina prečnika na mestu prekida jednaka polovini njegove početne vrednosti, kontrakcija poprečnog preseka će biti:

(A) $\psi=50\%$, (B) $\psi=25\%$, (C) $\psi=75\%$, (D) $\psi=100\%$.

Rešenje:

Kontrakcija poprečnog preseka se definiše na sledeći način:

$$\psi = \frac{A_0 - A_u}{A_0} 100(\%),$$

pri čemu je A_0 površina poprečnog preseka uzorka na mestu prekida čelične epruvete pre ispitivanja, a A_u površina poprečnog preseka uzorka na mestu prekida čelične epruvete po završetku ispitivanja (nakon loma).

$$d = \frac{d_0}{2},$$

$$A_0 = \frac{d_0^2 \pi}{4},$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{d_0^2 \pi}{4 * 4} = \frac{d_0^2 \pi}{16} = \frac{A_0}{4} \Rightarrow$$

$$\psi = \frac{A_0 - A_u}{A_0} 100(\%) = \frac{A_0 - \frac{A_0}{4}}{A_0} 100(\%) = \frac{\frac{3A_0}{4}}{A_0} 100(\%) = \frac{3}{4} 100(\%) = 75\%.$$

Odgovor: C

24) Nakon prekida čelične proporcionalne kratke epruvete, pravougaonog poprečnog preseka, veličina stranica od 12,1 i 10,0 mm, izmerene dimenzije na mestu prekida iznosile su 9,68mm i 7,50 mm, a rastojanje krajnjih mernih tačaka 74,58 mm. Kolika je kontrakcija poprečnog preseka - ψ i procentualno izduženje - δ ispitivanog čelika, ako je do prekida došlo u srednjoj trećini merne dužine epruvete?

(A) $\psi = 40 \%$, $\delta = 20 \%$, (B) $\psi = 40 \%$, $\delta \approx 16,7 \%$, (C) $\psi \approx 66,7 \%$, $\delta = 20 \%$, (D) $\psi = 20 \%$, $\delta = 40 \%$.

Rešenje:

$$a_0 = 12.10mm,$$

$$b_0 = 10.00mm,$$

$$a = 9.68mm,$$

$$b = 7.50mm,$$

$$A_0 = a_0 b_0 = 12.10 * 10.00 = 121.0mm^2,$$

$$A = ab = 9.68 * 7.50 = 72.6mm^2,$$

gde su a_0 i b_0 dimenzije poprečnog preseka na mestu prekida pre ispitivanja, a a i b su dimenzije poprečnog preseka na mestu prekida nakon ispitivanja (nakon loma).

Kako je reč o proporcionalno kratkoj čeličnoj epruveti, njena dužina iznosi:

$$l_0 = 5d_0,$$

pri čemu je d_0 prečnik epruvete, ili ako dužinu izrazimo u funkciji površine poprečnog preseka, dobijamo:

$$l_0 = 5d_0 = 5\sqrt{\frac{4A_0}{\pi}} = 5.65\sqrt{A_0}$$

Zamenom datih vrednosti dobijamo:

$$l_0 = 5.65 * \sqrt{121} = 5.65 * 11 = 62.15mm,$$

$$l_u = 74.58mm.$$

Procentualno izduženje epruvete se definiše na sledeći način:

$$\delta = \frac{l_u - l_0}{l_0} 100(\%),$$

pa zamenom dobijamo:

$$\delta = \frac{74.58 - 62.15}{62.15} 100(\%) = \frac{12.43}{62.15} 100(\%) = 0.2 * 100(\%) = 20\%,$$

$$\psi = \frac{A_0 - A_u}{A_0} 100(\%) = \frac{121 - 72.6}{121} 100(\%) = 0.4 * 100(\%) = 40\%.$$

Odgovor: A

27) U slučaju da je prilikom ispitivanja čelika zatezanjem dobijena kontrakcija poprečnog preseka u iznosu od 50 %, a da su sa d_0 i d_1 označeni početni prečnik i prečnik na mestu prekida kružne čelične epruvete, respektivno, tada mora da važi:

$$(A) \ d_1 = d_0 \sqrt{2} , \quad (B) \ d_1 = d_0/2, \quad (C) \ d_1 = d_0 / \sqrt{2} , \quad (D) \ d_1 = d_0/4.$$

Rešenje:

$$\psi = 0.5 = 50\%$$

$$\psi = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \Rightarrow 0.5 = \frac{A_0 - A_u}{A_0} \Rightarrow A_0 - A_u = 0.5 A_0 \Rightarrow A_u = 0.5 A_0 \Rightarrow$$

$$\frac{d_1^2 \pi}{4} = 0.5 \frac{d_0^2 \pi}{4} \Rightarrow d_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} d_0 \Rightarrow d_1 = \frac{d_0}{\sqrt{2}}$$

Odgovor: C

30) Kod jedne vrste čelika za armiranje minimalno procentualno izduženje (δ) treba da iznosi 10 %. Ako se ispitivanje na zatezanje takvog čelika vrši na epruveti čija je merna dužina $l_0=200$ mm, i ako se pretpostavi da do kidanja epruvete dolazi u njenoj srednjoj trećini, da bi bio zadovoljen navedeni uslov, minimalna merna dužina nakon prekida - l_u treba da iznosi:

$$(A) \ l_u = 240 \text{ mm}, \quad (B) \ l_u = 220 \text{ mm}, \quad (C) \ l_u = 210 \text{ mm}, \quad (D) \ l_u = 300 \text{ mm}.$$

Rešenje:

$$l_0 = 200 \text{ mm},$$

$$\delta = 0.1 = 10\%$$

$$\delta = \frac{l_u - l_0}{l_0} \Rightarrow l_u = (1 + \delta)l_0 \Rightarrow l_u = 1.1l_0 = 1.1 * 200 = 220mm$$

Odgovor: B

31) Za glatki i rebrasti betonski čelik: GA 240/360 i RA 400/500 zahteva se minimalno procentualno izduženje - δ od 18% i 10%, respektivno. Ako se ispitivanje na zatezanje oba čelika vrši na epruvetama merne dužine $l_0=200$ mm i ako su dužine posle prekida, respektivno, $l_{u,GA}$ i $l_{u,RA}$, minimalne vrednosti ovih dužina iznose:

(A) $l_{u,GA}=218$ mm, $l_{u,RA}=210$ mm,
(C) $l_{u,GA}=210$ mm, $l_{u,RA}=218$ mm,

(B) $l_{u,GA}=236$ mm, $l_{u,RA}=220$ mm,
(D) $l_{u,GA}=220$ mm, $l_{u,RA}=236$ mm.

Rešenje:

GA240/360

$\delta_{GA} = 0.18,$

RA400/500

$\delta_{RA} = 0.10,$

$l_0 = 200mm$

Na osnovu rešenja prethodnog zadatka sledi:

$$\delta_{GA} = \frac{l_{u,GA} - l_0}{l_0} \Rightarrow l_{u,GA} = (1 + \delta)l_0 \Rightarrow l_{u,GA} = 1.18 * 200 = 236mm,$$

$$\delta_{RA} = \frac{l_{u,RA} - l_0}{l_0} \Rightarrow l_{u,RA} = (1 + \delta)l_0 \Rightarrow l_{u,RA} = 1.1 * 200 = 220mm$$

Odgovor: B

40) Granica $\sigma_{0.2}$ jedne vrste čelika određuje se korišćenjem ugibomer sata, kod koga jedan podeok predstavlja 1/100 mm. Ako je dužina merne baze ($l_0 = 100$ mm) i ako naponu ($\sigma = 0$) odgovara čitanje (0 podeoka), pri rasterećenju nakon dostizanja granice $\sigma_{0.2}$ čitanje na ugibomer satu, izraženo brojem očitanih podeoka, iznosiće:

(A) 10 podeoka, (B) 20 podeoka, (C) 2 podeoka, (D) 1 podeok.

Rešenje:

Tačnost ugibomer sata: 1 podeok = 0.01 mm

Dužina merne baze:

$$l_0 = 100 \text{ mm}$$

$$\sigma_{0.2} = \sigma(\varepsilon_{pl} = 0.2\%)$$

Nakon dostizanja granice $\sigma_{0.2}$ i rasterećenja, ugibomer sat će pokazati promenu dužine kojoj odgovara dilatacija od:

$$\varepsilon_{pl} = 0.2\%$$

Odatle zaključujemo da je:

$$\varepsilon_{pl} = \frac{\Delta l}{l_0} 100(\%) \Rightarrow \Delta l = \frac{\varepsilon_{pl}(\%) * l_0}{100} = \frac{0.2 * 100}{100} = 0.2 \text{ mm} = \frac{0.2}{0.01} \text{ podeoka} = 20 \text{ podeoka}$$

49) U toku merenja konvencionalne granice razvlačenja $\sigma_{0.2}$ jednog čelika, određena je i ukupna dilatacija $\varepsilon(\sigma_{0.2})$, koja odgovara ovoj granici. Ako je $\sigma_{0.2}=1755 \text{ MPa}$, a $\varepsilon(\sigma_{0.2})=11\text{‰}$, modul elastičnosti - E ispitivanog čelika i elastična dilatacija - $\varepsilon_e(\sigma_{0.2})$ koja odgovara granici $\sigma_{0.2}$, iznose:

- (A) $E=195 \text{ GPa}$; $\varepsilon_e=9 \text{ ‰}$, (B) $E=210 \text{ GPa}$; $\varepsilon_e=8 \text{ ‰}$,
(C) $E=200 \text{ GPa}$; $\varepsilon_e=8 \text{ ‰}$, (D) $E=220 \text{ GPa}$; $\varepsilon_e=12 \text{ ‰}$.

Rešenje:

$$\varepsilon_{uk}(\sigma_{0.2}) = 11 \text{ ‰} = 0.011,$$

$$\sigma_{0.2} = 1755 \text{ MPa},$$

$$\varepsilon_e(\sigma_{0.2}) = \varepsilon_{uk}(\sigma_{0.2}) - \varepsilon_{pl}(\sigma_{0.2})$$

Po definiciji je

$$\varepsilon_{pl}(\sigma_{0.2}) = 0.2\%,$$

pa je:

$$\varepsilon_e(\sigma_{0.2}) = 11 - 2 = 9 \text{ ‰} = 0.009,$$

a modul elastičnosti predmetnog čelika iznosi:

$$E = \frac{\sigma_{0.2}}{\varepsilon_e} = \frac{1755}{0.009} = 195 \text{ GPa}$$

Odgovor: A

51) Prilikom ispitivanja granice $\sigma_{0.2}$ jedne vrste patentirane žice, prečnika 6 mm, vrednost nepovratne (plastične) dilatacije od 0,2 % dobijena je pri zatežućoj sili od 16,2 π kN. Kolika je granica $\sigma_{0.2}$ ove žice?

(A) 1600 MPa, (B) 1800 MPa, (C) 1500 MPa, (D) 1750 MPa.

Rešenje:

$$d_0 = 6mm,$$

$$P = 16.2\pi KN,$$

$$A_0 = \frac{d_0^2 \pi}{4} = 9\pi mm^2$$

$$\sigma_{0.2} = \frac{P}{A_0} = \frac{16.2\pi}{9\pi * 10^{-2}} 10 = 1800 MPa$$

Odgovor: B

53) Jedna vrsta čelika za prednaprezanje ima modul elastičnosti $E = 210$ GPa, a konvencionalnu granicu razvlačenja $\sigma_{0.2} = 1260$ MPa. Vrednosti ukupne dilatacije - ϵ_{uk} , koja odgovara naponu - $\sigma_{0.2}$, odnosno vrednosti njenog elastičnog (povratnog) i plastičnog (nepovratnog) dela - ϵ_{el} i ϵ_{pl} , respektivno, iznose:

(A) $\epsilon_{uk}=10$ ‰; $\epsilon_{el}=8$ ‰; $\epsilon_{pl}=2$ ‰, (B) $\epsilon_{uk}=12$ ‰; $\epsilon_{el}=10$ ‰; $\epsilon_{pl}=2$ ‰,
(C) $\epsilon_{uk}= 8$ ‰; $\epsilon_{el}=6$ ‰; $\epsilon_{pl}=2$ ‰, (D) $\epsilon_{uk}=9,5$ ‰; $\epsilon_{el}=7,5$ ‰; $\epsilon_{pl}=2$ ‰ .

Rešenje:

$$E = 210GPa,$$

$$\sigma_{0.2} = 1260MPa,$$

$$\epsilon_e(\sigma_{0.2}) = \frac{\sigma_{0.2}}{E} = \frac{1260}{210 * 10^3} = 6‰ = 0.006,$$

$$\varepsilon_{uk}(\sigma_{0.2}) = \varepsilon_e(\sigma_{0.2}) + \varepsilon_{pl}(\sigma_{0.2}) = 0.006 + 0.002 = 0.008 = 8 \frac{mm}{m}$$

Odgovor: C

58) Prilikom ispitivanja modula elastičnosti jedne vrste čelika primenjena je epruveta čiji poprečni presek ima površinu $F_0 = 1 \text{ cm}^2$, merna baza instrumenta je $l_0 = 20 \text{ mm}$, a podeok instrumenta $0,01 \text{ mm}$. Pri naizmeničnoj promeni sile između vrednosti $8,5 \text{ kN}$ i 106 kN , razlika očitavanja na instrumentu iznosi 10 podeoka. Modul elastičnosti predmetnog čelika iznosi:

(A) $19,5 \text{ GPa}$, (B) 190 GPa , (C) 210 GPa , (D) 195 GPa .

Rešenje:

$$A_0 = 1 \text{ cm}^2,$$

$$l_0 = 20 \text{ mm},$$

$$1 \text{ podeok} = 0.01 \text{ mm},$$

$$P_1 = 8.5 \text{ kN},$$

$$P_2 = 106 \text{ kN}$$

$$\Delta l = 10 \text{ podeoka} = 0.1 \text{ mm}$$

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon_e} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_{e2} - \varepsilon_{e1}} = \frac{\frac{P_2}{A_0} - \frac{P_1}{A_0}}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{\Delta P * l_0}{\Delta l * A_0} = \frac{(106 - 8.5) * 20}{0.1 * 1} 10(\text{MPa}) = 195000 \text{ MPa} = 195 \text{ GPa}$$

Odgovor: D

62) Koliko iznosi povećanje dilatacije - ε , kada se čelik, čiji je modul elastičnosti $E=195000$ MPa, u elastičnoj oblasti, odnosno u oblasti proporcionalnosti napona i dilatacija, optereti od napona $\sigma_1=50$ MPa do napona $\sigma_2=245$ MPa ?

(A) 1,00 %, (B) 2,00 ‰, (C) 2,00 %, (D) 1,00 ‰.

Rešenje:

$$E = 195 \text{ GPa},$$

$$\sigma_1 = 50 \text{ MPa},$$

$$\sigma_2 = 245 \text{ MPa}$$

$$E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} \Rightarrow \Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{E} = \frac{245 - 50}{195 * 10^3} = \frac{195}{195 * 10^3} = 1 \text{ ‰}$$

Odgovor: D

68) Na čeličnu epruvetu za statičko ispitivanje zatezanjem, na mernoj bazi od 20 mm, postavljen je ugibomer sat, na kome je pri promeni napona zatezanja $\Delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1$ registrovana promena dužine merne baze od $\Delta l = 0,01$ mm. Ako je modul elastičnosti ispitivanog čelika $E=205$ GPa, odgovarajuća promena napona - $\Delta \sigma$ iznosi:

(A) 205 MPa, (B) 1025 MPa, (C) 10,25 MPa, (D) 102,5 MPa.

Rešenje:

$$l_0 = 20 \text{ mm},$$

$$\Delta l = 0.01 \text{ mm},$$

$$E = 205 \text{ GPa}$$

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_e} = \frac{\Delta\sigma}{\frac{\Delta l}{l_0}} = \frac{\Delta\sigma * l_0}{\Delta l} \Rightarrow \Delta\sigma = \frac{E * \Delta l}{l_0} = \frac{205 * 10^3 * 0.01}{20} = 102.5 MP$$

Odgovor: D

72) Nakon dostizanja granice razvlačenja $\sigma_s=390$ MPa, prilikom ispitivanja jednog čelika, rasterećenjem i očitavanjem izduženja na instrumentu utvrđeno je da trajna (plastična) dilatacija, koja odgovara ovoj granici, iznosi 2 ‰, i da je modul elastičnosti čelika $E=195$ GPa. Ukupna dilatacija - ε i elastična dilatacija ε_e , koje odgovaraju granici razvlačenja - σ_s , u ovom slučaju iznosi:

(A) $\varepsilon=4$ ‰; $\varepsilon_e=2$ ‰, (B) $\varepsilon=0,4$ ‰; $\varepsilon_e=0,2$ ‰, (C) $\varepsilon=40$ ‰; $\varepsilon_e=20$ ‰, (D) $\varepsilon=2$ ‰; $\varepsilon_e=1$ ‰.

Rešenje:

Obrati pažnju, do rešenja se može doći i bez formalnog rešavanja, već samo na osnovu uvida u ponuđene odgovore, jer razlika između ukupne dilatacije i njenog elastičnog dela, pri naponu koji je jednak naponu na granici razvlačenja, po definiciji iznosi 2 ‰, a jedino ponuđeno rešenje koje to zadovoljava je rešenje pod A.

Odgovor: A

7.4.2 Tvrdoća i žilavost čelika

83) Na uzorku čelika, koji nije površinski otvrdnjavan, metodom Brinela dobijena je tvrdoća $H_B=1100\text{MPa}$. Odgovarajuća (srednja) zatezna čvrstoća čelika tada iznosi:

(A) 450 MPa, (B) 385 MPa, (C) 350 MPa, (D) 275 MPa.

Rešenje:

$$H_B = 1100\text{MPa},$$

$$k = 0.35$$

$$f_z = k * H_B = 0.35 * 1100 = 385\text{MPa}$$

Napomena: Uzeli smo $k = 0.35$, jer se tražila srednja zatezna čvrstoća!

Odgovor: B

87) Tvrdća po Brinelu, dobijena na uzorku glatkog betonskog čelika oznake GA 240/360, iznosi 1000 MPa. U kojim granicama se kreće zatezna čvrstoća ovog čelika ?

(A) 240-360 MPa, (B) 340-360 MPa, (C) 350-360 MPa, (D) 340-350 MPa.

Rešenje:

$$H_B = 1000 \text{ MPa}$$

$$k \in [0.34, 0.36]$$

$$f_z = k * H_B \Rightarrow f_z \in [0.34 * 1000, 0.36 * 1000] \Rightarrow f_z \in [340, 360] \text{ MPa}$$

Odgovor: B

ARMATURA

VRSTE ČELIKA ZA ARMIRANJE:

Za armiranje AB konstrukcija koriste se glatki čelik (GA), rebrasti čelik (RA), hladno vučene glatke (MAG) ili orebrene žice (MAR) međusobno zavarene u obliku mreža (mrežasta armatura) i Bi - armatura. Ovi čelici se međusobno razlikuju po fizičko - mehaničkim osobinama, načinu izrade i načinu površinske obrade.

Glatka armatura (GA):

Izrađuje se od mekog, vruće valjanog betonskog čelika, a isporučuje se u koturovima (kružni profili prečnika 5,6,8,10 i 12 mm), odnosno šipkama dužine do 12 m, za kružne profile prečnika 14,16,18,20,22,25,28,32 i 36 mm.

Kvalitet čelika je 240/360, pri čemu prvi broj predstavlja karakterističnu granicu razvlačenja, izraženu u MPa, a drugi broj karakterističnu čvrstoću pri zatezanju f_{zk} . Površina ovih profila je glatka, odakle i potiče naziv, a zbog velike duktilnosti (velike vrednosti procentualnog izduženja) i male čvrstoće često se za ovu armaturu koristi i naziv "mekna armatura".

Rebrasta armatura (RA):

Izrađuje se od visokovrednog, prirodno tvrdog, orebrenog čelika 400/500 - 2, sa poprečnim rebrima promenljivog poprečnog preseka u obliku srpa, a koriste se šipke prečnika 6, 8, 10, 12, 14, 16, 19, 22, 25, 28, 32, 36 i 40 mm. Rebrasta armatura sa oznakom 400/500 - 1, koja se izrađuje od čelika sa nešto većim sadržajem ugljenika, ne sme se koristiti za armiranje dinamički opterećenih konstrukcija, a zbog malog izbora profila (prečnika od 6 do 14 mm) kod nas se retko koristi.

Zavarene armaturne mreže:

Izrađuju se od hladno vučene žice, od glatkog (MAG) i orebrenog (MAR) čelika, kvaliteta 500/560. Mreže sa istim prečnicima šipki u oba pravca imaju kvadratna okca i označavaju se kao Q mreže. Mreže sa glavnom armaturom u jednom pravcu i podeonom u drugom, označavaju se kao R mreže.

Bi – armatura:

je specijalno oblikovana armatura od hladno vučene žice prečnika od 3.1 mm do 11.3 mm, kvaliteta 600/800. Prečke su od mekog čelika, kvaliteta 240/360. Kod nas se praktično i ne koristi.

Za armiranje linijskih elemenata konstrukcija koriste se isključivo glatka i rebrasta armatura, dok se za armiranje površinskih elemenata (ploče, zidovi) pored ovih sve češće koriste i zavarene armaturne mreže.

DRVO

TEORIJSKI PODSETNIK:

Specifična masa (γ_s) praktično ne zavisi od vrste drveta i iznosi oko 1560 kg/m^3 , dok zapreminska masa (γ) bitno zavisi od vrste drveta (manja je od 1000 kg/m^3). Zavisnost zapreminske mase od vlažnosti drveta H , može se izraziti sledećom formulom:

$$\gamma_{15} = \gamma_H(1 + 0.01(1 - k)(15 - H))$$

pri čemu je $H = 15\%$ standardna vlažnost drveta,

γ_{15} je vrednost zapreminske mase koja odgovara standardnoj vlažnosti,

γ_H je vrednost zapreminske mase koja odgovara nekoj vlažnosti H ($0\% \leq H \leq 30\%$).

Koeficijent k ima vrednosti od 0.5 do 0.6, s tim što se najčešće koristi vrednost 0.55.

Zapreminska masa drveta raste sa porastom vlažnosti drveta.

Zavisnost čvrstoće drveta od vlažnosti pri različitim vidovima opterećenja:

Generalno, čvrstoća drveta opada sa porastom vlažnosti do vrednosti $H = 30\%$, a za veće vrednosti vlažnosti je konstantna (i jednaka čvrstoći pri vlažnosti od 30%). Ta promena se najčešće opisuje formulom:

$$f_{15} = f_H(1 + c(H - 15))$$

pri čemu su:

f_{15} - vrednost čvrstoće koja odgovara standardnoj vlažnosti,

f_H - vrednost čvrstoće koja odgovara nekoj vlažnosti H ($0\% \leq H \leq 30\%$).

Vrednosti koeficijenta c zavise od vrste opterećenja i iznose:

$c = 0.04$ za aksijalni pritisak, odnosno zatezanje,

$c = 0.02$ za zatezanje savijanjem,

$c = 0.03$ za cisto smicanje.

8.2 FIZIČKO-MEHANIČKA SVOJSTVA DRVETA

- 9) Ako skupljanje, odnosno bubrenje drveta u podužnom, radijalnom i tangencijalnom pravcu iznosi: $\varepsilon_t = 0,2\%$, $\varepsilon_r = 3,0\%$ i $\varepsilon_t = 6,0\%$, respektivno, promena zapremine drveta - ε_v izračunava se na sledeći način:

$$\varepsilon_v = 1/0,2 + 1/3 + 1/6 = 5,5\%, \text{ (B) } \varepsilon_v = 1/0,2 \cdot 1/3 \cdot 1/6 \approx 0,278\%, \text{ (C) } \varepsilon_v = 0,2 + 3 + 6 = 9,2\%, \\ \text{(D) } \varepsilon_v = 0,2 \cdot 3 \cdot 6 = 3,6\%.$$

Rešenje:

$$\varepsilon_l = 0.2\%,$$

$$\varepsilon_r = 3.0\%,$$

$$\varepsilon_t = 6.0\%$$

Kubna dilatacija (relativna promena zapremine) se izračunava kao zbir dilatacija u podužnom, radijalnom i tangencijalnom pravcu:

$$\varepsilon_V = e = \varepsilon_l + \varepsilon_r + \varepsilon_t = 0.2 + 3.0 + 6.0 = 9.2\%$$

Odgovor: C

31) Drvena gredica dimenzija 5x5x80 cm, opterećena je na savijanje silom $P_e=8$ kN, u sredini raspona $l=60$ cm. Ako je modul elastičnosti drveta $E_{II}=17280$ MPa ($=10 \cdot 10^3$ MPa!) i ako se radi o savijanju u elastičnoj oblasti, ugib (f) u sredini raspona (l) iznosi:

(A) 2 mm, (B) 2 cm, (C) 4 mm, (D) 4 cm.

Rešenje:

$$P_e = 8 \text{ kN},$$

$$l = 60 \text{ cm},$$

$$E_{II} = 17280 \text{ MPa} = 10 \cdot 10^3 \text{ MPa}$$

Moment inercije kvadratnog poprečnog preseka u odnosu na težišnu osu preseka (sopstveni moment inercije), računamo po formuli:

$$I = \frac{a^4}{12} = \frac{5^4}{12} = \frac{625}{12} = 52.083 \text{ cm}^4,$$

gde je a stranica kvadrata.

Ugib u sredini raspona izračunavamo po formuli:

$$w = f = \frac{P_e * l^3}{48 E_{II} * I} = \frac{8 * 10^3 * 0.6^3}{48 * 17280 * 10^6 * 52.083 * 10^{-8}} = \frac{1728}{431997.2352} = 4^{-3} m = 4 mm$$

Odgovor: C

35) Kolika je žilavost pri udaru (čvrstoća pri savijanju udarom) drveta - ρ , ako rad utrošen na lom standardne drvene gredice ("mala epruveta") iznosi: $A = 40 \text{ Nm}$?

(A) 5 J/cm^2 , (B) 1 J/cm^2 , (C) 10 J/cm^2 , (D) 40 J/cm^2 .

Rešenje:

$$A = 40 \text{ Nm} = 40 \text{ J}$$

Mala epruveta:

dimenzije uzorka su $20 \times 20 \times 300 \text{ mm}$, tj. površina poprečnog preseka iznosi:

$$F_0 = 4 \text{ cm}^2$$

Žilavost pri udaru (čvrstoću pri savijanju udarom), računamo po formuli:

$$\rho = \frac{A}{F_0} = \frac{40}{4} = 10 \frac{\text{J}}{\text{cm}^2}$$

Odgovor: C

Još jedan primer: Pri vlažnosti od 22% poznate su zapreminske mase $\gamma=850 \text{ kg/m}^3$ i čvrstoća pri pritisku jedne vrste drveta $f_p=28.5 \text{ MPa}$. Kolike su ove veličine u slučaju vlažnosti od 16%?

Rešenje:

Zadatak se rešava tako što se najpre izračunaju tražene veličine za standardnu vlažnost od 15%, na osnovu sledećih formula:

$$\gamma_{15} = \gamma_H(1 + 0.01(1 - k)(15 - H)) = 850(1 + 0.01(1 - 0.55)(15 - 22)) = 823.225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$f_{15} = f_H(1 + c(H - 15)) = 28.5(1 + 0.04(22 - 15)) = 36.48 \text{ MPa},$$

\Rightarrow

$$\gamma_{16} = \frac{\gamma_{15}}{1 + 0.01(1 - 0.55)(15 - 16)} = \frac{823.225}{0.9955} = 826.95 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$f_{16} = \frac{f_{15}}{1 + 0.04(16 - 15)} = \frac{36.48}{1.04} = 35.08 \text{ MPa}$$

Primer za zadatak broj 29.

RA 400/500-2

560	550	558	550	554	550	560	556	552	551
551	568	558	551	560	565	545	559	557	545
553	562	548	569	559	565	555	551	557	553

Karakteristična vrednost čvrstoće:

$$\sigma_{m,kar} = \bar{\sigma}_m - f(p) \cdot \sigma_{n-1}$$

gde je:

$$\bar{\sigma}_m = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{m,i}}{n}$$

$$f(p = ?\%) = ? \quad (\text{iz tabele})$$

Procenjena standardna devijacija:

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{\sigma}_m - \sigma_{m,i})^2}{n-1}}$$

U konkretnom slučaju je:

$$\bar{\sigma}_m = \frac{\sum_{i=1}^{30} \sigma_{m,i}}{30} = 555.73$$

$$f(p = 5\%) = 1.645$$

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{30} (555.73 - \sigma_{m,i})^2}{29}} = 6.2639$$

$$\sigma_{m, kar} = \bar{\sigma}_m - f(p) \cdot \sigma_{n-1} = 555.7 - 1.645 \cdot 6.2639 = 545.4 MPa > 500 MPa \Rightarrow$$

Zadovoljava uslove standarda, kada je u pitanju čvrstoća pri zatezanju.

Primer za zadatak broj 30.

Tekst zadatka:

Ako se dijagram σ - ε jedne vrste čelika u svom pravolinijskom delu može definisati izrazom:

$$\sigma(\varepsilon) = 197 \cdot \varepsilon$$

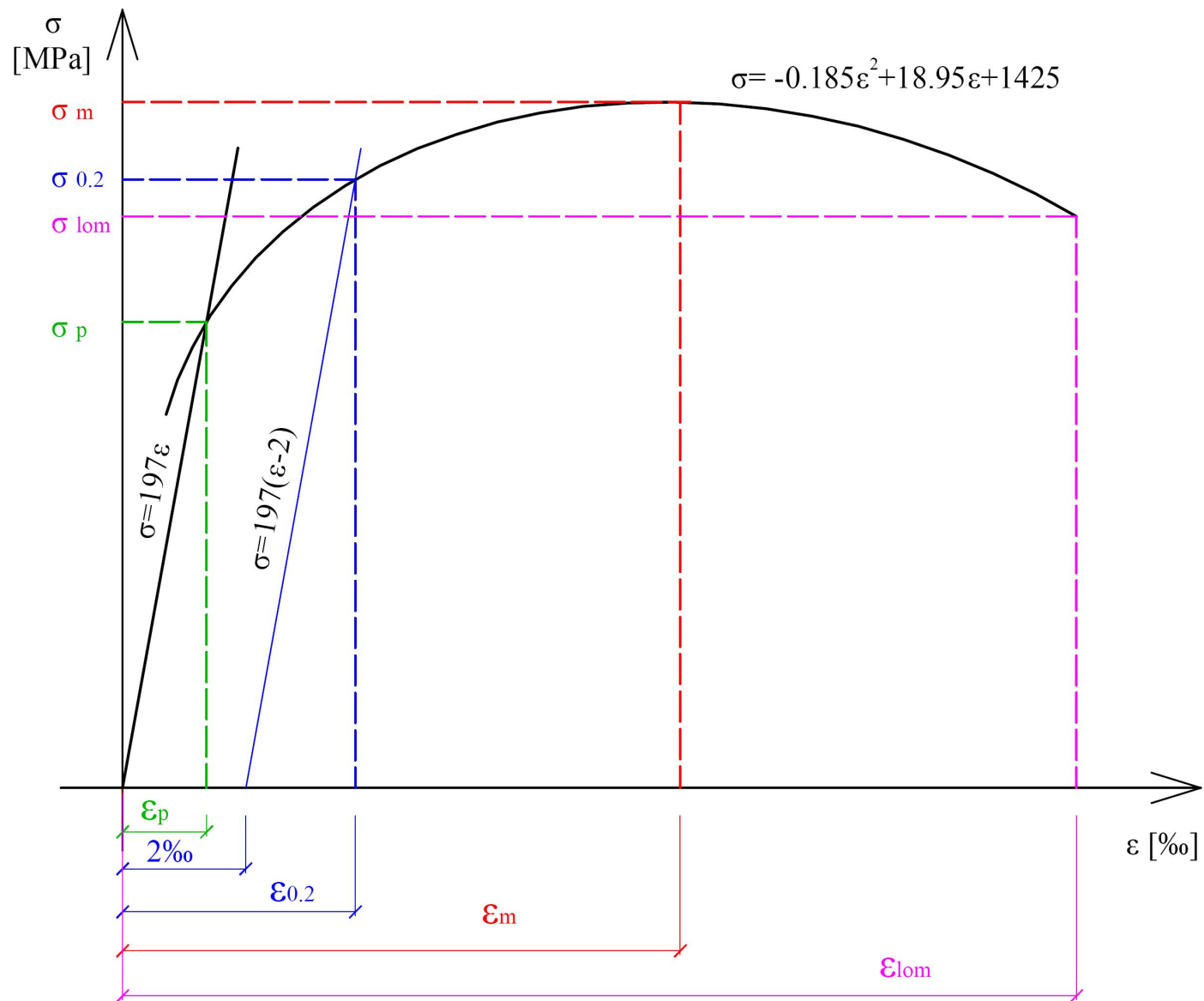
a u krivolinijskom delu izrazom:

$$\sigma(\varepsilon) = -0.185 \cdot \varepsilon^2 + 18.95 \cdot \varepsilon + 1425$$

(za napone u MPa, ε izražavati u ‰) i ako dilatacija pri lomu ima vrednost od 48‰, tada modul elastičnosti E, napon σ_p i dilatacija ε_p u tački preseka pravolinijskog i krivolinijskog dela dijagrama, konvencionalna granica razvlačenja $\sigma_{0.2}$ i čvrstoća pri zatezanju čelika $f_z = \sigma_m$ imaju vrednosti date pod (A), (B), (C) ili pod (D)?

Napone treba uvek predstavljati u MPa, a dilatacije u ‰!

Najpre skiciramo dijagram σ - ε i označimo sve nepoznate parametre:



Proračun:

Sa dijagrama se vidi da je modul elastičnosti ovog čelika jednak koeficijentu pravca pravolinijskog dela dijagrama:

$$E = 197 \text{ GPa}$$

Ordinata σ_p presečne tačke dve date linije (prave i parabole) predstavlja granicu proporcionalnosti:

$$(1) \quad \sigma = 197 \cdot \varepsilon$$

$$(2) \quad \sigma = -0.185 \cdot \varepsilon^2 + 18.95 \cdot \varepsilon + 1425$$

Rešavamo gornji sistem:

$$197 \cdot \varepsilon_p = -0.185 \cdot \varepsilon_p^2 + 18.95 \cdot \varepsilon_p + 1425$$

$$0.185 \cdot \varepsilon_p^2 + 178.05 \cdot \varepsilon_p - 1425 = 0$$

$$\varepsilon_p = \frac{-178.05 + \sqrt{178.05^2 - 4 \cdot 0.185 \cdot (-1425)}}{2 \cdot 0.185} = 7.9379\text{‰} > 0 \quad (\text{dilatacija mora biti pozitivna})$$

$$\sigma_p = 197 \cdot 7.9379 = -0.185 \cdot 7.9379^2 + 18.95 \cdot 7.9379 + 1425 = 1563.76 \text{ MPa}$$

Konvencionalna granica razvlačenja $\sigma_{0.2}$ dobija se u preseku prave koja prolazi kroz tačku $\varepsilon=2\text{‰}$ (a paralelna je zadatoj pravoj) i već zadate parabole:

$$(1) \quad \sigma = 197 \cdot (\varepsilon - 2)$$

$$(2) \quad \sigma = -0.185 \cdot \varepsilon^2 + 18.95 \cdot \varepsilon + 1425$$

Rešavamo gornji sistem:

$$197 \cdot \varepsilon_{0.2} - 394 = -0.185 \cdot \varepsilon_{0.2}^2 + 18.95 \cdot \varepsilon_{0.2} + 1425$$

$$0.185 \cdot \varepsilon_{0.2}^2 + 178.05 \cdot \varepsilon_{0.2} - 1819 = 0$$

$$\varepsilon_{0.2} = \frac{-178.05 + \sqrt{178.05^2 - 4 \cdot 0.185 \cdot (-1819)}}{2 \cdot 0.185} = 10.11\text{‰} > 0 \quad (\text{dilatacija mora biti pozitivna})$$

$$\sigma_{0.2} = 197 \cdot (10.11 - 2) = -0.185 \cdot 10.11^2 + 18.95 \cdot 10.11 + 1425 = 1597.68 \text{MPa}$$

Čvrstoću zadatog čelika određujemo na osnovu uslova da je to najveća vrednost napona na dijagramu, odnosno ekstremum:

$$\sigma'(\varepsilon_m) = 0$$

$$2 \cdot (-0.185) \cdot \varepsilon_m + 18.95 = 0$$

$$\varepsilon_m = 51.22\text{‰}$$

$$\sigma_m = -0.185 \cdot \varepsilon_m^2 + 18.95 \cdot \varepsilon_m + 1425 = -0.185 \cdot 51.22^2 + 18.95 \cdot 51.22 + 1425 = 1910.27 \text{ MPa}$$

Ali, nismo uzeli u obzir da je:

$$\varepsilon_m = 51.22\text{‰} > \varepsilon_l = 48\text{‰}$$

Odavde vidimo da je do loma došlo na uzlaznoj grani parabole, pre dostizanja ekstremne vrednosti, pa je čvrstoća ujedno i vrednost napona pri lomu:

!

$$\sigma_m = \sigma_l = -0.185 \cdot \varepsilon_l^2 + 18.95 \cdot \varepsilon_l + 1425 = -0.185 \cdot 48^2 + 18.95 \cdot 48 + 1425 = 1908.36 \text{ MPa}$$

Ovo je očigledno i sa dijagrama:

